

Activités fonction exponentielle

Exercice 1. $f(x) = e^{x^2}$ et $g(x) = e^{2x}$ sur $]-\infty; +\infty[$

1. Dresser le tableau des variations des la fonctions f et g .
2. Dresser le tableau de signes de $\varphi(x) = f(x) - g(x)$
Que peut-on en déduire quant aux courbes $y = f(x)$ et $y = g(x)$?

Exercice 2. $f(x) = e^{3-x}$ sur $]-\infty; +\infty[$

1. Dresser le tableau des variations de la fonctions f .
2. Résoudre l'inéquation $f(x) \leq e$
Résoudre l'inéquation $f(x) \leq e^{-10}$

Exercice 3.

1. Montrer que $e^x + 9e^{-x} - 6 \geq 0$, pour tout x .
2. Résoudre l'inéquation : $e^{2x} + 2e^x - 3 \leq 0$
3. Résoudre l'inéquation : $e^x - 2e^{-x} + 1 \geq 0$

Exercice 4. $f(x) = e^{\frac{3x+1}{x-1}}$ sur $]1; +\infty[$

1. Dresser le tableau des variations de la fonction f .
2. Calculer $f(5)$
3. Montrer que l'équation $f(x) = 30$ admet une solution unique α telle que $\alpha > 5$; trouver un encadrement de α à 10^{-2} près.

Exercice 5. Soit $u_n = \frac{e^{n+1}}{e^{2n}}$

1. Montrer que $u_n > 0$ pour tout n
2. Montrer que la suite (u_n) est décroissante
3. A partir de quel rang n a-t-on $0 < u_n < e^{-10}$?

Exercice 6. Soit $f(x) = xe^{-x}$ sur $]-\infty; +\infty[$

1. Dresser le tableau des variations de la fonction f .
2. Trouver l'équation de la tangente T_0 au point d'abscisse 0 de la courbe $y = f(x)$
3. Quelle est la position relative de la courbe et de la tangente T_0 ?
4. Soit la suite $\begin{cases} u_{n+1} = u_n e^{-u_n} \\ u_0 = 1 \end{cases}$
5. Montrer que : $0 \leq u_n \leq 1$ pour tout n
6. Montrer que la suite (u_n) est décroissante
7. Quelle semble être la limite de la suite (u_n) ?

Exercice 7. Etude de la fonction $f : x \xrightarrow{f} e^{x^2-2x}$ sur $]-\infty; +\infty[$

1. Etudier les variations de f et dresser le tableau de variations.
2. Utiliser la calculatrice pour compléter les limites en $+\infty$ et en $-\infty$.
3. Justifier le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$.
4. Résoudre, par le calcul, l'inéquation $f(x) \geq 1$

Exercice 8. Etude de la fonction $f : x \xrightarrow{f} e^{2x} - 2e^x$ sur $]-\infty; +\infty[$

1. Résoudre l'inéquation $e^x - 1 \geq 0$.
2. Etudier les variations de f et dresser le tableau des variations.
3. Utiliser la calculatrice pour compléter les limites en $+\infty$ et en $-\infty$.
4. Justifier le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.
5. Utiliser le tableau de variations pour donner les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$