Terminale S	Contrôle 4	le mardi 06/12/2011

Equation différentielle 1 : Etude d'une solution de l'équation (E) : $y - 2y' = 3$

1. Montrer que la fonction h, constante et telle que $h(x) = 3$, est une solution de l'équation (E)
2. Trouver toutes les solutions f de l'équation (E).
3. Trouver la solution g de (E) telle que $g(0) = 0$.
4. Dresser le tableau des variations de g en indiquant, sans calculs, les limites en $+\infty$ et en $-\infty$.

Equation différentielle 2 :

On considère la fonction f, dérivable sur $]-\infty; +\infty[$, vérifiant :

$f'(x) = -f(x)[2 - f(x)]$, pour tout réel x et $f(0) = \frac{2}{3}$

Soit l'équation différentielle (E) : $y' = 2y - 1$

1. Montrer que la fonction $g = \frac{1}{f}$ est solution de l'équation différentielle (E).
2. Résoudre l'équation (E) ; en déduire que : $f(x) = \frac{2}{2e^{2x}+1}$, pour tout réel x.

Fonction ln :

1. Exprimer en fonction de $ln3$ et de $ln7$:

$a = ln\sqrt{63}$ $\qquad b = ln(105) - ln(45)$ $\qquad c = ln(49) + 2\,ln\frac{3}{7}$ $\qquad d = ln(189) - 2ln\sqrt{\frac{77}{99}}$

2. Résoudre les équations : $ln(2 - x) = 1$ $\qquad ln(x^2 - 3) = 0$ $\qquad e^{5-2x} = 4$

3. Il s'agit de résoudre l'inéquation : $\ln(x-3) + \ln(x-1) \leq \ln(3)$
   a. Sur quel intervalle I doit-on chercher les solutions ?
   b. Résoudre l'inéquation et donner l'intervalle solution S.
   Représenter en couleurs, sur le même axe, les intervalles I et S.

4. On considère la fonction f définie par $f(x) = lnx - \frac{1}{e}x$ sur $]0; +\infty[$.
   NB : On rappelle que $e = exp(1) \cong 2{,}718$
   a. Trouver l'équation de la tangente T_e à la courbe $y = lnx$ au point d'abscisse e
   b. Dresser le tableau des variations de la fonction f (sans les limites)
   c. Comment déduire du b. la position de la courbe $y = ln(x)$ et de la droite T_e ?
   d. Faire un schéma de la courbe $y = ln(x)$ et de cette tangente T_e dans un repère d'unité 1 cm.

5. On considère la fonction f définie par $f(x) = xlnx$ sur $]0; +\infty[$.
   a. Etudier les variations de la fonction f et en dresser le tableau.
   Indiquer les limites en 0 et en $+\infty$ sachant que : $\lim_{x \to 0} f(x) = 0$.
   b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ a une solution unique α .
   c. Résoudre l'équation $f(x) = 0$ pour trouver la valeur exacte de α.