

Exercice 1 Fonction :

PARTIE A

On considère la fonction φ définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $\varphi(x) = x^2 - 4 + 4\ln x$

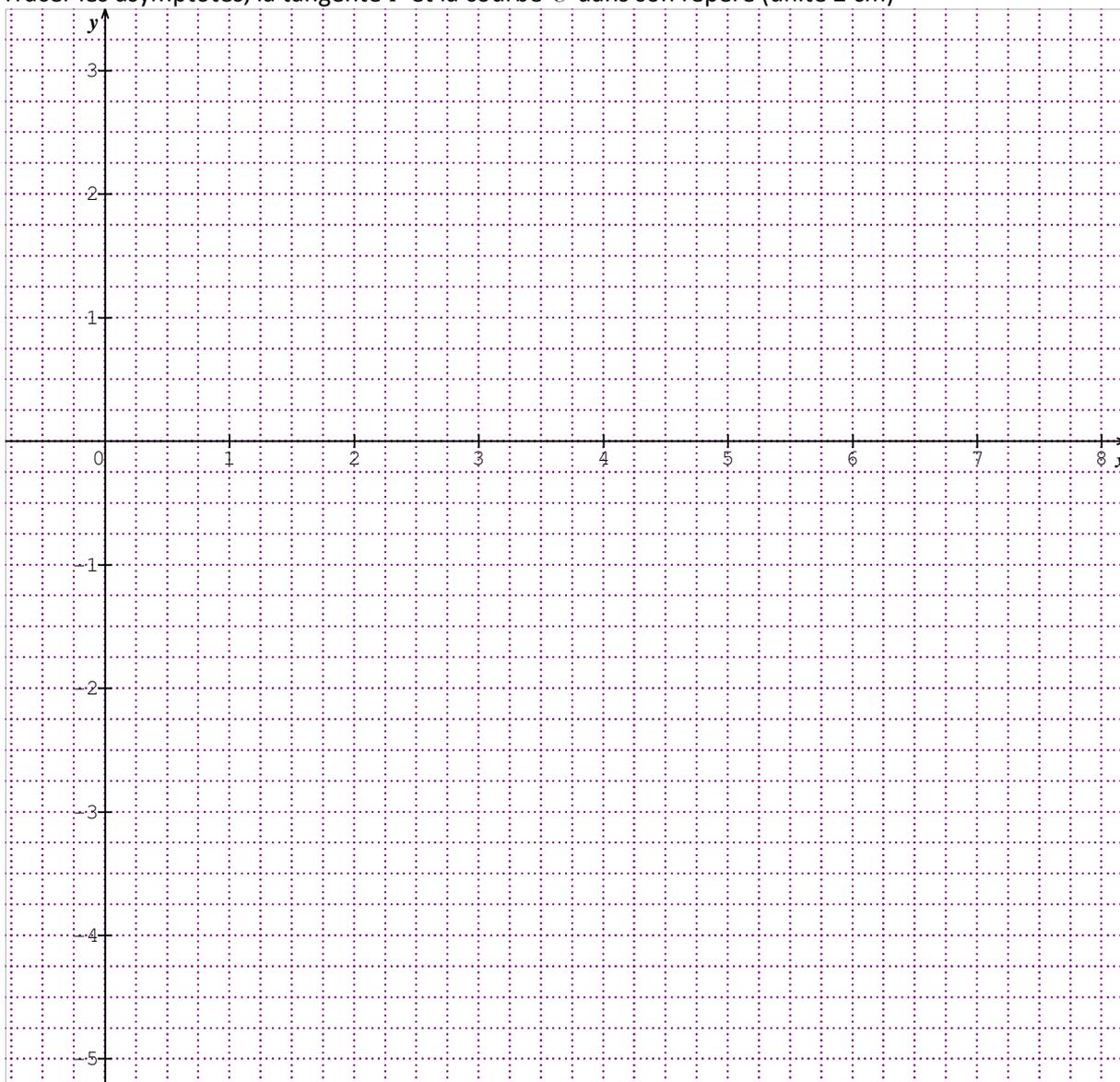
- Déterminer les limites de la fonction φ en 0 et en $+\infty$.
- Étudier les variations de la fonction φ , puis en dresser le tableau.
- Calculer $\varphi(1)$ et $\varphi(2)$; placer les points obtenus dans le tableau de variations.
- Montrer que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet une unique solution α
Trouver un encadrement de α à 0.01 près
- Dresser le tableau de signes de la fonction φ .

PARTIE B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $f(x) = x - 4 - 4\frac{\ln x}{x}$

On appelle \mathcal{C} la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

- Déterminer les limites de la fonction f en 0 et en $+\infty$.
- Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{\varphi(x)}{x^2}$.
- Dresser le tableau de variations de la fonction f
Donner une valeur approchée du minimum à 0.01 près
- Montrer que la courbe \mathcal{C} admet deux asymptotes à préciser
Trouver la position de la courbe \mathcal{C} par rapport à son asymptote oblique.
- Trouver l'équation de la tangente T au point d'abscisse 1 de la courbe \mathcal{C}
- Tracer les asymptotes, la tangente T et la courbe \mathcal{C} dans son repère (unité 2 cm)



Exercice 2 complexes :

1. Question de cours

Pré-requis : Pour deux complexes non nuls z_1 et z_2 , on a : $\arg(z_1 \times z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2)$

Montrer que, z_1 et z_2 étant deux complexes non nuls, on a $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg(z_1) - \arg(z_2)$.

2. Soient les nombres complexes : $z_1 = \sqrt{6} + i\sqrt{2}$ et $z_2 = 1 - i$

a. Trouver l'écriture algébrique du complexe $p = \frac{z_1}{z_2}$

b. Trouver la forme exponentielle de z_1 et de z_2 .

c. Trouver la forme exponentielle du complexe $p = \frac{z_1}{z_2}$

d. Déduire du a. et du c. les valeurs $\cos\frac{5\pi}{12}$ et $\sin\frac{5\pi}{12}$.

e. Trouver la forme exponentielle du complexe $q = \frac{z_1^2}{2}$

d. Trouver la forme exponentielle du complexe $r = z_2^4$

3. Placer exactement les points $A(z_1)$, $B(z_2)$, $P(p)$, $Q(q)$ et $R(r)$ dans le repère ci-dessous en utilisant le compas

