

**Probabilités**

*Les deux parties A et B peuvent être traitées indépendamment.*

Les résultats seront donnés sous forme décimale en arrondissant à  $10^{-4}$ .  
 Dans un pays, il y a 2 % de la population contaminée par un virus.

**PARTIE A**

On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes :

- La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 0,99 (sensibilité du test).
- La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,97 (spécificité du test).

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population.

On note  $V$  l'évènement « la personne est contaminée par le virus » et  $T$  l'évènement « le test est positif ».  $\bar{V}$  et  $\bar{T}$  désignent respectivement les évènements contraires de  $V$  et  $T$ .

1. a. Préciser les valeurs des probabilités  $P(V)$ ,  $P_V(T)$ ,  $P_{\bar{V}}(\bar{T})$ .  
 Traduire la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
- b. En déduire la probabilité de l'évènement  $V \cap T$ .
2. Démontrer que la probabilité que le test soit positif est 0,049 2.
3. a. Justifier par un calcul la phrase :  
 « Si le test est positif, il n'y a qu'environ 40 % de « chances » que la personne soit contaminée ».
- b. Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif.

**PARTIE B**

On choisit successivement 10 personnes de la population au hasard, on considère que les tirages sont indépendants.

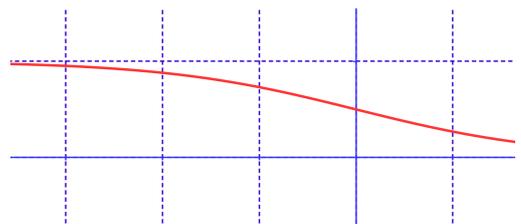
On appelle  $X$  la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes contaminées par le virus parmi ces 10 personnes.

1. Justifier que  $X$  suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins deux personnes contaminées parmi les 10.

**Calculs d'intégrales**

1. - Montrer que  $\frac{1}{1+e^x} = 1 - \frac{e^x}{1+e^x}$

- Calculer alors la valeur moyenne, sur  $[-3; 1]$ , de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$ .
- Représenter, sur le graphique ci-contre, le rectangle qui illustre cette valeur moyenne, sur  $[-3; 1]$ .



2. La fonction  $f$  est définie sur  $]-\infty; +\infty[$  par :  $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{1+x^2}}$

- Le graphique est représenté ci-contre.
- Calculer, en ua du graphique, l'aire délimitée par la courbe, l'axe des abscisses, et les droites  $x = -3$  et  $x = 3$ .

