Techniques de dérivation …

Calculer la dérivée de chaque fonction f en précisant un intervalle de validité aussi grand que possible :

$f(x) = \frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x$ $\quad$ $f(x) = (x^2 + x + 1)(x - 1)$ $\quad$ $f(x) = (2x^2 + 3x - 2)(1 - \frac{1}{x})$

$f(x) = (2x^2 + x - 1)^4$ $\quad$ $f(x) = \sqrt{x^6 + 2}$ $\quad$ $f(x) = \frac{2x-3}{x^2+x+1}$ $\quad$ $f(x) = \left(\frac{3x-4}{x-1}\right)^3$

$f(x) = 4\sqrt{x}(3x - 2\sqrt{x})$

Une fonction polynôme …

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;+\infty[$ par $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2 - 3$

1. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f.
2. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ a deux solutions α et β sur$]-\infty; +\infty[$
   On en précisera une valeur approchée à 0,01 près.
3. Trouver l'équation de la tangente T_A à la courbe, au point A d'abscisse $\frac{1}{2}$.

Une suite arithmético-géométrique …

Une municipalité envisage l'aménagement d'un plan d'eau artificiel. Dans le projet, ce plan d'eau contiendra 30 000 m^3 le 1er juillet.
On estime qu'en période estivale les pertes hydriques dues à l'évaporation sont de 2% par jour.
Pour les compenser, on prévoit durant les mois d'été un apport, pendant chaque nuit, de 500 m^3.
Le problème est de savoir si les apports prévus pendant les mois de juillet et août seront suffisants pour que le volume ne descende pas en dessous de la valeur critique de 27 000 m^3.

On note V_n le volume d'eau en m^3 contenu dans le plan d'eau, selon ce projet, au matin du n^e jour qui suit le 1er juillet.
V_0 désigne le volume au matin du 1er juillet, on a donc $V_0 = 30\,000$.
V_1 désigne le volume au matin du 2 juillet, etc.

1. Trouver V_1, V_2 et V_3 en explicitant les calculs
2. Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n.
3. Montrer que : $V_n = 5000 \times 0{,}98^n + 25000$, pour tout $n \geq 0$.
4. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, les valeurs de n pour lesquelles $V_n < 27\,000$.
   En déduire la réponse au problème posé en introduction.