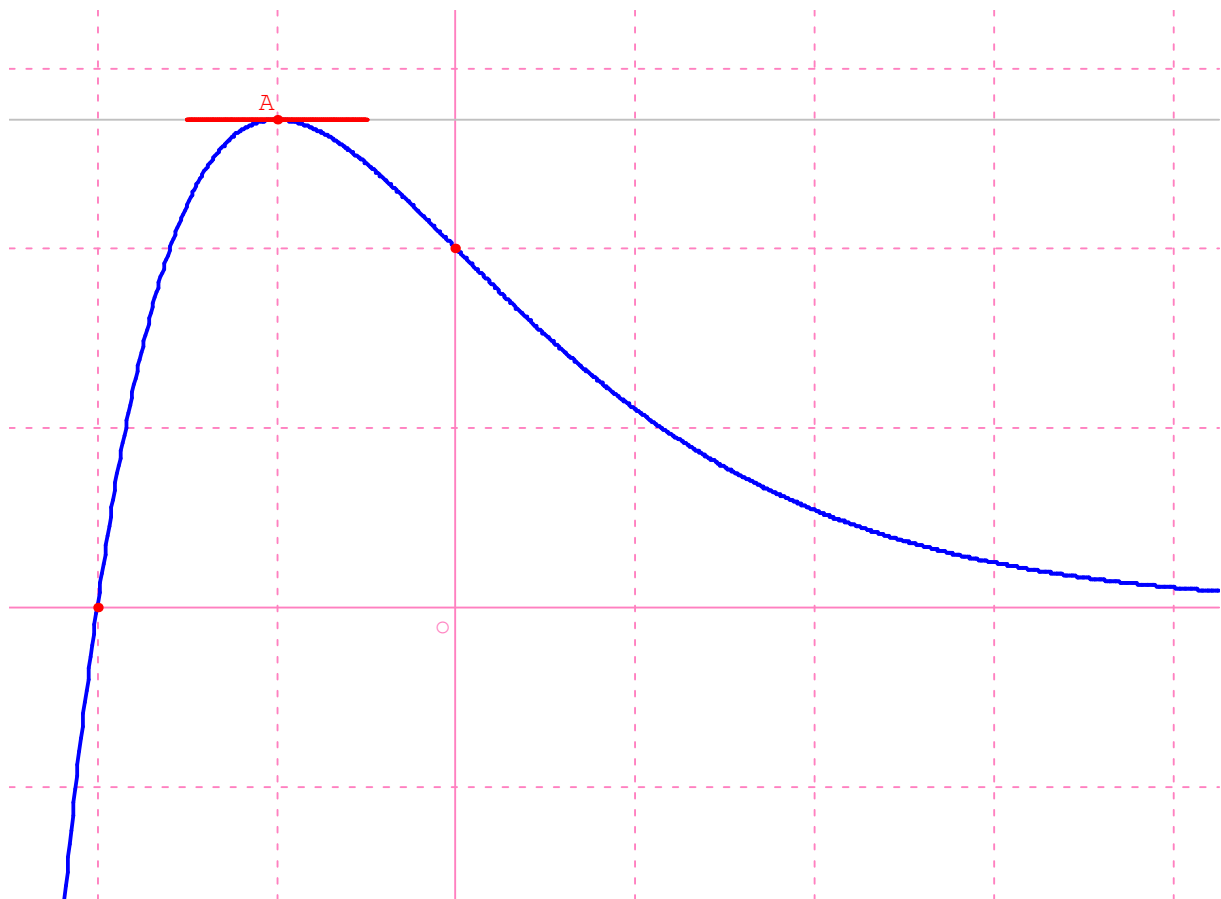


Exercice 18 page 101



1. Sur le graphique, on peut lire : $f(-2) = 0$ $f(0) = 2$

► $f(0) = 2$ se traduit par : $(a \times 0 + b)e^0 = 2$ $b = 2$

► $f(-2) = 0$ se traduit par : $(a \times (-2) + b)e^2 = 0$, ou encore $-2a + b = 0$ car $e^2 > 0$
Avec $b = 2$, on obtient : $a = 1$.

On obtient donc : $f(x) = (x + 2)e^{-x}$

2. $f'(x) = e^{-x} - (x + 2)e^{-x} = e^{-x}(-1 - x)$

Au point A, la fonction f admet un maximum et on a : $f'(x) = 0$.

On a alors, pour ce point A, $(-x - 1)e^{-x} = 0$ ou encore $-x - 1 = 0$, c'est-à-dire $x = -1$

Donc : $A(-1; f(-1))$, et comme $f(-1) = (-1 + 2)e^1 = e$, on obtient : $A(-1; e)$

En complément : Tableau des variations de f

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$-x - 1$	+	0	-
e^{-x}	+		+
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	e	0

Voir le calcul des limites !!!!

13, 15
p 101

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{2e^{x+1}}$$

$$f'(x) = \frac{e^x(2e^x + 1) - 2e^x(e^x - 1)}{(2e^{x+1})^2}$$

$$f'(x) = \frac{3e^x}{(2e^{x+1})^2}$$

x	$-\infty$	$+\infty$
$3e^x$		+
$(2e^x + 1)^2$		+
$f'(x)$		+
$f(x)$	-1	$\frac{1}{2}$

$$f(x) = \frac{e^x}{e^x - x}$$

$$f'(x) = \frac{e^x(e^x - x) - e^x(e^x - 1)}{(e^x - x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{e^x - xe^x}{(e^x - x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{e^x(1 - x)}{(e^x - x)^2}$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
e^x		+	+
$1 - x$		+	-
$(e^x - x)^2$		+	+
$f'(x)$		+	-
$f(x)$	0	$\frac{e}{e-1}$	1

$$f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^{x+1}}$$

$$f'(x) = 1 - \frac{4e^x}{(e^{x+1})^2} = \frac{(e^{x+1})^2 - 4e^x}{(e^{x+1})^2} = \frac{e^{2x} - 2e^x + 1}{(e^{x+1})^2} = \frac{(e^x - 1)^2}{(e^{x+1})^2}$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$(e^x - 1)^2$		+	+
$(e^x + 1)^2$		+	+
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	$-\infty$	1	$+\infty$

Ex 34
page 102

$$f(x) - (x - 1) = \frac{4}{e^{x+1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{e^{x+1}} = 0$$

La droite $y = x - 1$ est asymptote oblique à la courbe $y = f(x)$ en $+\infty$

$$f(x) - (x - 1) = \frac{4}{e^{x+1}} \text{ et } \frac{4}{e^{x+1}} > 0, \text{ pour tout } x \text{ réel.}$$

La courbe $y = f(x)$ est située au dessus de la droite $y = x - 1$ sur $]-\infty; +\infty[$

$$f(x) - (x + 3) = \left[x - 1 + \frac{4}{e^{x+1}} \right] - (x + 3)$$

$$f(x) - (x + 3) = \frac{4}{e^{x+1}} - 4 = \frac{-4e^x}{e^{x+1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 3)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4e^x}{e^{x+1}} = 0$$

La droite $y = x + 3$ est asymptote oblique à la courbe $y = f(x)$ en $-\infty$

$$f(x) - (x + 3) = \frac{-4e^x}{e^{x+1}}$$

$$\text{et } \frac{-4e^x}{e^{x+1}} < 0, \text{ pour tout } x \text{ réel.}$$

La courbe est située au dessous de la droite $y = x + 3$ sur $]-\infty; +\infty[$