Résolution de l'équation différentielle (E) : $y' + 3y = 2e^{-x}$

1. Montrer que la fonction g définie par $g(x) = e^{-x}$ est solution de l'équation (E)
2. Résoudre l'équation (E') : $y' + 3y = 0$
3. Montrer que f est solution de (E) si et seulement si $f - g$ est solution de (E') .
En déduire toutes les solutions de (E)

Recherche des solutions de l'équation différentielle (E) : $y' + 2y = y^2$ qui ne s'annulent pas sur $]-\infty; +\infty[\dots$

1. Soit f une solution de l'équation (E) ne s'annulant pas sur $\mathbb{R}$.
Montrer que, alors, la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ est solution d'une équation différentielle (E') de la forme $y' + ay = b$ où a et b sont deux nombres réels à déterminer.
2. Résoudre l'équation (E').
3. Trouver les solutions de l'équation différentielle (E) : $y' + 2y = y^2$ ne s'annulant pas sur $\mathbb{R}$.
Trouver la solution f_0 qui prend la valeur 1 en $x = 0$.
Dresser le tableau des variations de cette fonction f_0 .

Une équation différentielle au bac ...

La population d'une ville est de 10 000 habitants. A huit heures du matin, 100 personnes apprennent une nouvelle par la radio locale. On note $f(t)$ la fréquence des personnes connaissant la nouvelle à l'instant t (exprimé en heures). On choisit huit heures du matin comme instant initial $t = 0$. (On a donc $f(0) = 1\% = 0,01$).

La nouvelle se répand dans la ville de sorte que, la vitesse de propagation $f'(t)$ vérifie la relation : $f'(t) = 1,15f(t)(1 - f(t))$

1. Soit g la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $g = \frac{1}{f}$ (f ne s'annule pas).
Montrer que g est solution de l'équation différentielle (E) : $y' = -1,15y + 1,15$
2. Résoudre cette équation (E), puis en déduire que $f(t) = \frac{1}{99e^{-1,15t} + 1}$
3. Dresser le tableau des variations de f sur $[0; +\infty[$
4. Déterminer à partir de quelle heure (à une unité près) au moins 99% de la population de cette ville connaîtra la nouvelle.