7 Amérique du Nord 3 juin 2010

Retour au tableau

Une urne contient des boules indiscernables au toucher.
20 % des boules portent le numéro 1 et sont rouges.
Les autres portent le numéro 2 et parmi elles, 10 % sont rouges et les autres sont vertes.

1. On tire une boule au hasard. Quelle est la probabilité qu'elle soit rouge ?

2. On a tiré une boule au hasard. Elle est rouge.
Montrer que la probabilité qu'elle porte le numéro 2 est égale à $\frac{2}{7}$.

3. Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2.
On effectue n tirages successifs d'une boule avec remise (après chaque tirage la boule est remise dans l'urne).

a. Exprimer en fonction de n la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge portant le numéro 1 au cours des n tirages.

b. Déterminer l'entier n à partir duquel la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge portant le numéro 1 au cours des n tirages est supérieure ou égale à 0,99.

15 La Réunion juin 2009

Retour au tableau

Une usine produit des sacs. Chaque sac fabriqué peut présenter deux défauts : le défaut a et le défaut b.
Un sac est dit défectueux s'il présente au moins l'un des deux défauts.

1. Dans cette question les probabilités demandées seront données avec leurs valeurs décimales exactes.
On prélève un sac au hasard dans la production d'une journée.
On note A l' évènement « le sac présente le défaut a » et B l'évènement « le sac présente le défaut b ». Les probabilités des évènements A et B sont respectivement $P(A) = 0,02$ et $P(B) = 0,01$; on suppose que ces deux évènements sont indépendants.

a. Calculer la probabilité de l'évènement C « le sac prélevé présente le défaut a et le défaut b ».

b. Calculer la probabilité de l'évènement D « le sac est défectueux ».

c. Calculer la probabilité de l'évènement E « le sac ne présente aucun défaut ».

d. Sachant que le sac présente le défaut a, quelle est la probabilité qu'il présente aussi le défaut b ?

2. On suppose que la probabilité (arrondie au centième) qu'un sac soit défectueux est égale à 0,03.
On prélève au hasard un échantillon de 100 sacs dans la production d'une journée. La production est suffisamment importante pour que l'on assimile ce prélèvement à un tirage avec remise de 100 sacs. On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 100 sacs, associe le nombre de sacs défectueux.

a. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b. Quelle est la probabilité de l'évènement « au moins un sac est défectueux » ? On arrondira cette probabilité au centième. Interpréter ce résultat.

c. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.
Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.

16 Métropole 23 juin 2009

Retour au tableau

I. *Cette question est une restitution organisée de connaissances.*

On rappelle que si n et p sont deux nombres entiers naturels tels que p ⩽ n alors $\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$.

Démontrer que pour tout nombre entier naturel n et pour tout nombre entier naturel p tels que $1 \leqslant p \leqslant n$ on a : $\binom{n}{p} = \binom{n-1}{p-1} + \binom{n-1}{p}$.

II. Un sac contient 10 jetons indiscernables au toucher :
7 jetons blancs numérotés de 1 à 7 et 3 jetons noirs numérotés de 1 à 3.
On tire simultanément deux jetons de ce sac.

1. **a.** On note A l'évènement « obtenir deux jetons blancs ».
Démontrer que la probabilité de l'évènement A est égale à $\frac{7}{15}$.

b. On note B l'évènement « obtenir deux jetons portant des numéros impairs ».
Calculer la probabilité de B.

c. Les évènements A et B sont-ils indépendants ?

2. Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de jetons blancs obtenus lors de ce tirage simultané.

a. Déterminer la loi de probabilité de X.

b. Calculer l'espérance mathématique de X.