$f(x) = x + 1 + 2ln\frac{x}{x-1}$ sur $]1; +\infty[$.
Dresser le tableau de variations.
Etudier les limites aux bornes de l'intervalle de définition.
Montrer que la courbe $y = f(x)$ admet deux asymptotes.
Etudier la position relative de la courbe par rapport à son asymptote oblique.
Esquisser la courbe.

$f(x) = -x + \ln(1 + e^x)$ sur $]-\infty; +\infty[$.
Dresser le tableau de variations.
Etudier les limites aux bornes de l'intervalle de définition.
Montrer que la courbe $y = f(x)$ admet deux asymptotes.
Etudier la position relative de la courbe par rapport à son asymptote oblique.
Esquisser la courbe.

EXERCICE 4 — 6 points

Partie A

Soit u la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par

$$u(x) = x^2 - 2 + \ln x.$$

1. Étudier les variations de u sur $]0 ; +\infty[$ et préciser ses limites en 0 et en $+\infty$.
2. a. Montrer que l'équation $u(x) = 0$ admet une solution unique sur $]0 ; +\infty[$. On note α cette solution.
   b. À l'aide de la calculatrice, déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-2} de α.
3. Déterminer le signe de $u(x)$ suivant les valeurs de x.
4. Montrer l'égalité : $\ln \alpha = 2 - \alpha^2$.

Partie B

On considère la fonction f définie et dérivable sur $]0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = x^2 + (2 - \ln x)^2.$$

On note f' la fonction dérivée de f sur $]0 ; +\infty[$.

1. Exprimer, pour tout x de $]0 ; +\infty[$, $f'(x)$ en fonction de $u(x)$.
2. En déduire les variations de f sur $]0 ; +\infty[$.