

12 Nouvelle-Calédonie novembre 2010

Une urne contient cinq boules indiscernables au toucher : deux vertes et trois rouges.

Les questions 1. et 2. sont indépendantes

1. On extrait simultanément et au hasard deux boules de l'urne.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de boules vertes figurant dans le tirage.
 - a. Vérifier que $P(X = 0) = \frac{3}{10}$ puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
 - b. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X .
 - c. Calculer la probabilité de l'évènement suivant :
A : « les deux boules tirées sont de même couleur ».
2. On effectue deux tirages successifs d'une boule en respectant la règle suivante :
si la boule tirée est rouge, on la remet dans l'urne ; si elle est verte, on ne la remet pas.
 - a. En utilisant un arbre pondéré, calculer la probabilité des évènements suivants :
B : « seule la première boule tirée est verte »,
C : « une seule des deux boules tirées est verte ».
 - b. Sachant que l'on a tiré exactement une boule verte, quelle est la probabilité que cette boule verte soit la première tirée ?

13 Polynésie septembre 2010

Un jeu consiste à tirer simultanément 4 boules indiscernables au toucher d'un sac contenant une boule noire et 9 boules blanches, puis à lancer un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6.

Si la boule noire est tirée, il faut obtenir un nombre pair avec le dé pour gagner. Si la boule noire n'est pas tirée, il faut obtenir un six avec le dé pour gagner.

On appelle N l'évènement « la boule noire figure parmi les boules tirées » et G l'évènement « le joueur gagne ».

1.
 - a. Déterminer la probabilité de l'évènement N.
 - b. Démontrer que la probabilité de l'évènement G est égale à $\frac{3}{10}$. On pourra s'aider d'un arbre pondéré.
 - c. Le joueur ne gagne pas. Quelle est la probabilité qu'il ait tiré la boule noire ?
2. Pour jouer à ce jeu, une mise de départ de m euros est demandée, où m est un réel strictement positif.

Si le joueur gagne, il reçoit 4 euros.

S'il ne gagne pas mais qu'il a tiré la boule noire, le joueur récupère sa mise.

S'il ne gagne pas et qu'il n'a pas tiré la boule noire, le joueur perd sa mise.

On appelle X la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur.

- a. Déterminer la loi de probabilité de X .
 - b. Exprimer l'espérance mathématique de X en fonction de m .
 - c. On dit que le jeu est équitable si l'espérance mathématique de X est nulle.
Déterminer m pour que le jeu soit équitable.
3. Soit n un entier naturel non nul.
On joue n fois à ce jeu sachant qu'après chaque partie les boules sont remises dans le sac.
Déterminer la valeur minimale de n pour laquelle la probabilité de gagner au moins une fois est supérieure à 0,999.