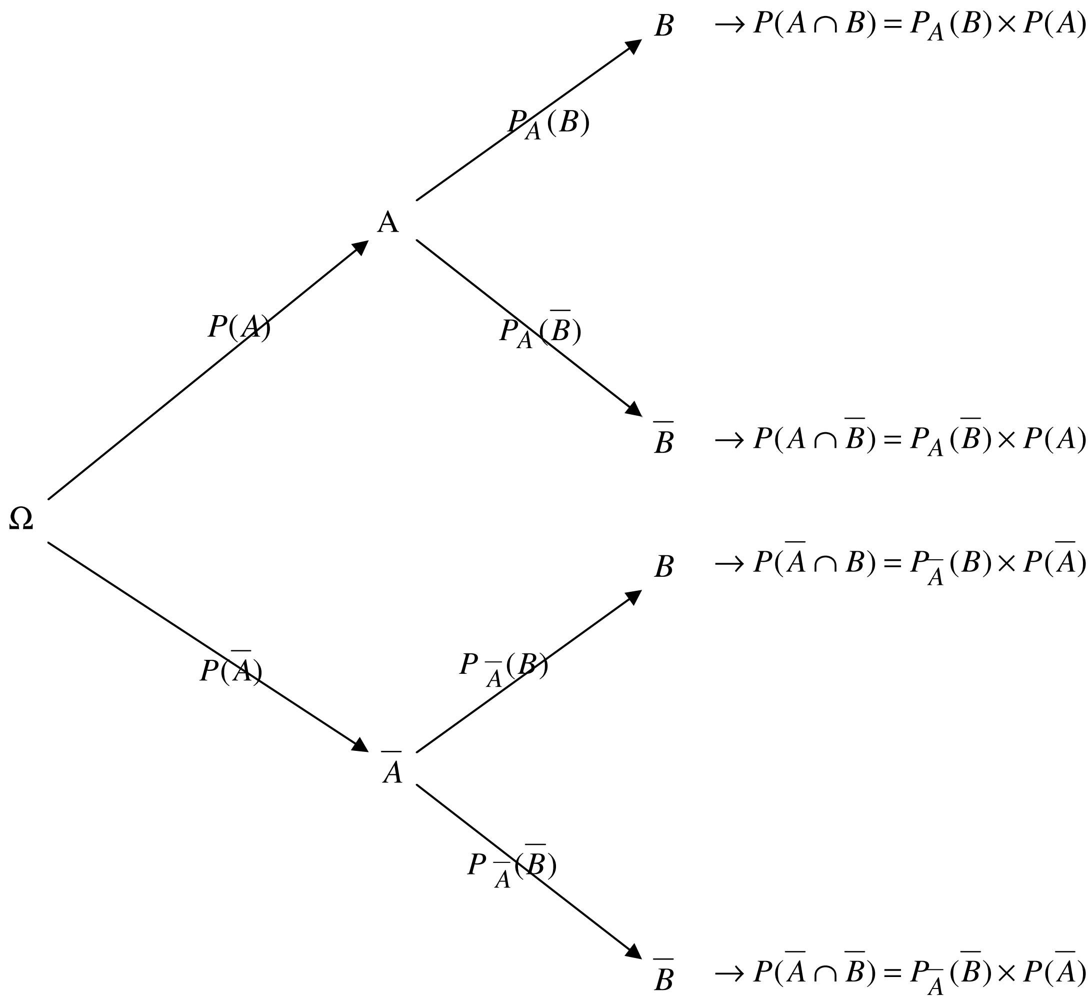
Probabilités conditionnelles et indépendance



A est un évènement tel que : $P(A) \neq 0$.

On appelle **probabilité de B sachant A** le nombre : $\boldsymbol{P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$.

On a donc : $\boldsymbol{P(A \cap B) = P_A(B) \times P(A)}$.
Le nombre $\boldsymbol{P_A(B)}$ correspond à la probabilité de B sachant que A est lui-même déjà réalisé.
P_A est une probabilité, de la même façon que P ; c'est la probabilité conditionnelle sachant A.
De même que $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$, on a $P_A(\bar{B}) = 1 - P_A(B)$: « A chaque nœud, la somme des branches est 1 » ; de plus :

- $P_A(A) = 1$
- $P_A(B) = 0$ si B est impossible sachant que A est déjà réalisé : A et B sont alors incompatibles, c'est-à-dire : $A \cap B = \emptyset$ et $P(A \cap B) = 0$; $A \cap B$ est alors un évènement impossible.

A et B sont dits indépendants si $\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A) \times P(B)}$.
On a alors $P_A(B) = P(B)$
On aurait de la même façon : $P_B(A) = P(A)$ (avec $(B) \neq 0$)
La réalisation de l'un n'influe en rien la probabilité de réalisation de l'autre.
C'est une situation souvent intuitive, mais seuls les calculs permettent de la justifier !

On a enfin la **formule des probabilités totales** : $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$.