

Racines et signe d'un trinôme $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$f(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] \quad \text{avec} \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

Si $\Delta < 0 \dots$	Si $\Delta = 0 \dots$	Si $\Delta > 0 \dots$																																										
Alors $f(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{ \Delta }{4a^2} \right]$	Alors $f(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - 0 \right]$	Alors $f(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$																																										
Pas de factorisation possible	$f(x) = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2$	$f(x) = a \left(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \right) \left(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \right)$																																										
L'équation $f(x) = 0$ n'a aucune solution. Le trinôme n'a aucune racine.	L'équation $f(x) = 0$ a une solution unique qui est $x = -\frac{b}{2a}$ On dit que le trinôme a une racine double.	L'équation $f(x) = 0$ a deux solutions qui sont : $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ Le trinôme a donc deux racines x_1 et x_2 . La factorisation s'écrit $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$																																										
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td></td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td colspan="5">$\text{sgn}(a)$</td></tr></table>	x	$-\infty$				$+\infty$	$f(x)$	$\text{sgn}(a)$					<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>$-\frac{b}{2a}$</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$\text{sgn}(a)$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$\text{sgn}(a)$</td></tr></table>	x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		$+\infty$	$f(x)$	$\text{sgn}(a)$		0		$\text{sgn}(a)$	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>x_1</td><td></td><td>x_2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$\text{sgn}(a)$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$-\text{sgn}(a)$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$\text{sgn}(a)$</td></tr></table>	x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$	$f(x)$	$\text{sgn}(a)$		0		$-\text{sgn}(a)$		0		$\text{sgn}(a)$
x	$-\infty$				$+\infty$																																							
$f(x)$	$\text{sgn}(a)$																																											
x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		$+\infty$																																							
$f(x)$	$\text{sgn}(a)$		0		$\text{sgn}(a)$																																							
x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$																																					
$f(x)$	$\text{sgn}(a)$		0		$-\text{sgn}(a)$		0		$\text{sgn}(a)$																																			

$\text{sgn}(a)$: Signe de a $-\text{sgn}(a)$: Signe contraire de a